

1. Ganzzahlige Potenzen

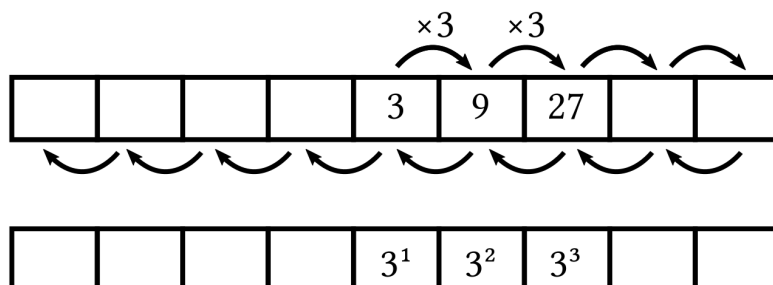
Selber Erforschen

Aufgabe 1: Alice, Bob und Carol beschäftigen sich mit Potenzen. Sie sind bei den folgenden Rechnungen ungleicher Meinung, was das richtige Resultat ist. Wer hat jeweils recht und was haben sich die anderen falsch überlegt?

- a) $2^7 \cdot 2^{10} = \dots$
 Vorschlag Alice: 2^{17}
 Vorschlag Bob: 2^{70}
 Vorschlag Carol: 4^{70}
- b) $3^5 \cdot 7^5 = \dots$
 Vorschlag Alice: 21^{10}
 Vorschlag Bob: 21^{25}
 Vorschlag Carol: 21^5
- c) $(3^4)^5 = \dots$
 Vorschlag Alice: 3^9
 Vorschlag Bob: 3^{20}
 Vorschlag Carol: $3^{(4^5)}$
- d) $\frac{12^5}{3^5} = \dots$
 Vorschlag Alice: 9^5
 Vorschlag Bob: $\left(\frac{12}{3}\right)^5$
 Vorschlag Carol: 4^5
- e) $\frac{5^{16}}{5^8} = \dots$
 Vorschlag Alice: 5^8
 Vorschlag Bob: 1^8
 Vorschlag Carol: 5^2

Aufgabe 2: Was könnten Ausdrücke wie 3^0 oder 3^{-5} bedeuten? Der Ausdruck 3^5 ist bekanntlich nur eine Kurzschreibweise für $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$, aber wir können nicht ein Produkt aus minus fünf Dreien bilden. Wir müssen dem Term 3^{-5} also eine Bedeutung *geben*.

- a) Führe die Muster in dem folgenden Bild fort: Beschrifte alle Pfeile und schreibe passende Terme in die leeren Boxen.



- b) Verallgemeinere deine Erkenntnisse zu einer sinnvollen Definition:

- Für irgendeine Zahl a sei $a^0 :=$
- Für irgend eine natürliche Zahl n sei $a^{-n} :=$

Üben und Anwenden

Aufgabe 3: Angenommen, es gibt $2 \cdot 10^{12}$ Galaxien im beobachtbaren Teil des Universums, und es gibt durchschnittlich 10^{11} Sterne pro Galaxie. Wie viele Sterne gibt es dann im beobachtbaren Teil des Universums?

Aufgabe 4: Vereinfache die Terme schrittweise soweit wie möglich. Notiere in jedem Schritt, welche Rechenregel (z.B. Potenzgesetze P1–P5) du anwendest.

a) $\frac{a^{19}}{a^{15}}$

b) $b \cdot b^2 \cdot b^3 \cdot b^4 \cdot b^5$

c) $\left((c^2)^3\right)^4$

d) $d^7 \cdot e^7 \cdot f^7$

e) $\frac{g^5 \cdot h^5}{k^5}$

f) $4^4 \cdot 3^4 \cdot 0.25^4$

g) $(5 \cdot a^2 \cdot b^7)^4$

h) $\frac{(6a^6b^8)^4}{(3a^5b^2)^4}$

i) $(x^2 \cdot y^3 \cdot z^4)^5 \cdot (x^4 \cdot y^3 \cdot z^2)^5$

j) $(a^2 + a^3) \cdot (a^3 - a^2)$

k) $(3m^2 + 5n^7)^2$

l) $(p + q)^{18} \cdot (p - q)^{18}$

m) $\frac{m^{4b+7}}{m^{2b+5}}$

Aufgabe 5: Nico soll die Ruheenergie eines Elektrons ausrechnen. Er sucht dazu in einer Formelsammlung die nötigen Zahlen zusammen und notiert:

$$E_e = m_e \cdot c^2 \approx 9.1 \cdot 10^{-31} \cdot (3 \cdot 10^8)^2 J$$

Jetzt soll Nico diesen Wert so weit von Hand (ohne TR) ausrechnen und vereinfachen, wie möglich. Kannst du ihm dabei helfen? Notiere einen detaillierten Lösungsweg und welche Regeln du verwendet hast.

Aufgabe 6: Vereinfache die Terme soweit wie möglich, und gib jeweils die verwendete Rechenregel an.

a) $(a^3 \cdot a \cdot a^0 \cdot a^{-2}) : (a^4 \cdot a^{-5})$

b) $\frac{1}{3^{-7}} \cdot 3^8$

c) $(18y)^{-4} : (9y)^{-4}$

d) $\left(\left((a^2)^{-3}\right)^4\right)^{-5}$

Aufgabe 7: Ordne diese Terme der Grösse nach: $a^0, a^{-999}, a^{99}, a, a^{999}, \frac{1}{a^9}, a^{-99}, \frac{1}{a^{-9}}$

a) Falls $a > 1$.

b) Falls $0 < a < 1$.

Aufgabe 8: Drücke diese Zahlen in wissenschaftlicher Schreibweise mit (genau) vier signifikanten Ziffern aus.

a) 432.5

b) 75'688'651'268'576

c) 10'000

d) 0.003