

1. Flächen, Kanten, Ecken **Lösungen**

Selber Erforschen

Aufgabe 1: Gib jeweils die Anzahl Ecken, Kanten und Flächen an:

	Ecken	Kanten	Flächen
a) dreiseitiges Prisma	6	9	5
b) zwölfseitiges Prisma	24	36	14
c) n -seitiges Prisma	$2n$	$3n$	$n + 2$
d) vierseitige Pyramide	5	10	5
e) hunderseitige Pyramide	101	200	101
f) n -seitige Pyramide	$n + 1$	$2n$	$n + 1$
g) Tetraeder	4	6	4
h) Hexaeder	8	12	6
i) Oktaeder	6	12	8
j) Dodekaeder	20	30	12
k) Ikosaeder	12	30	20

Aufgabe 2: Alle Körper in Aufgabe 1 sind sogenannte *konvexe Polyeder*. Für diese gilt eine besondere Beziehung zwischen der Anzahl Ecken, Kanten und Flächen. Bezeichne die Anzahl Ecken mit E , die Anzahl Kanten mit K und die Anzahl Flächen mit F .

- Versuche, eine Regel (Formel) mit diesen Variablen zu finden, die für alle Einträge in der Tabelle von Aufgabe 1 gilt.
- Ein konvexes Polyeder hat 7 Ecken und 8 Flächen. Wie viele Kanten hat es? Skizziere ein entsprechendes Polyeder.
- Bohrt man ein quadratisches Loch senkrecht durch ein Oktaeder, so erhält man einen *Oktaederstumpf mit Loch* (Abbildung 1). Dieser Körper ist nicht konvex. Gilt die Formel aus Aufgabe a) für ihn?

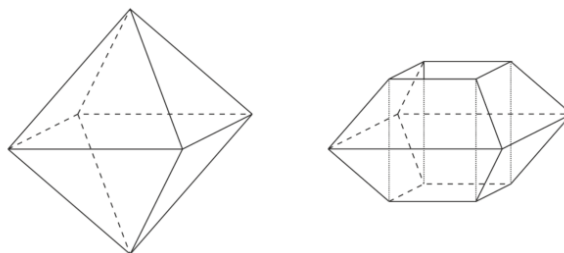


Abbildung 1: Oktaederstumpf mit Loch

Üben und Anwenden

Aufgabe 3: Bestimme jeweils n .

- a) Ein n -seitiges Prisma hat 53 Ecken. **Unmöglich**
- b) Ein n -seitiges Prisma hat 53 Kanten. **Unmöglich**
- c) Ein n -seitiges Prisma hat 53 Flächen. **51**
- d) Eine n -seitige Pyramide hat 53 Ecken. **52**
- e) Eine n -seitige Pyramide hat 53 Kanten. **Unmöglich**
- f) Eine n -seitige Pyramide hat 53 Flächen **52**

Aufgabe 4: Die Form eines Fussballs ist nicht eine Kugel, sondern ein Polyeder. Man erhält ihn durch gleichmässiges "Abstumpfen" eines Ikosaeders. Welche Formen treten als Flächen auf und wie viele Flächen jeder Sorte gibt es? Wie viele Kanten und Ecken besitzt ein Fussball? **20 Sechseckige Flächen (1 pro Fläche des Ikosaeders), 12 Fünfeckige (1 pro Ecke des Ikosaeders).**

$30 + 12 \times 5 = 90$ Kanten (alle ursprünglichen, + 5 pro Fünfeck-Fläche)

$12 \times 5 = 60$ Ecken (5 pro Fünfeck-Fläche)

Hat man zwei der Grössen berechnet, kann man die dritte auch mit $E-K+F=2$ berechnen.

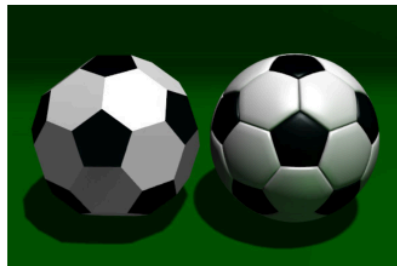
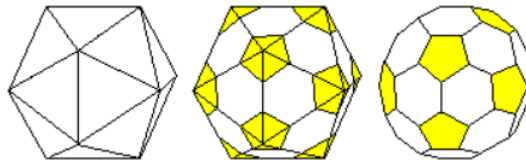


Abbildung 2: Fussball als abgestumpftes Ikosaeder

Aufgabe 5: Ein *Tetrakischaeder* ist ein bestimmter Körper, der aus 24 Dreiecken zusammengestellt ist. Wie viele Kanten und wie viele Ecken hat der Körper?

Jede Fläche hat 3 Kanten, jede Kante ist in 2 Flächen, also $\frac{3 \cdot 24}{2} = 36$ Kanten.

Dann Eulerscher Polyedersatz: $24 - 36 + E = 2 \Rightarrow E = 14$