

## 5. Logarithmengesetze

### Selber Erforschen

**Aufgabe 1:** Hier siehst du zwei Vorschläge für eine Rechenregel mit Logarithmen. Setze ein paar Zahlen ein und überprüfe, ob eine von ihnen stimmen könnte:

- $\log(a \cdot b) = \log(a) \cdot \log(b)$
- $\log(a \cdot b) = \log(a) + \log(b)$

Kannst du mithilfe der Potenzgesetze begründen, warum die korrekt erscheinende Regel tatsächlich stimmt?

**Aufgabe 2:** Hier siehst du ein paar Ausdrücke mit Logarithmen:

- $\log_b(x \cdot y)$
- $\log_b\left(\frac{x}{y}\right)$
- $\log_b(x \cdot y \cdot z)$
- $\log_b(x^y)$

Stelle anhand deines momentanen Wissens Vermutungen darüber auf, wie man diese Ausdrücke wohl umschreiben könnte, also was für Logarithmengesetze wohl für diese Ausdrücke gelten könnten.

### Üben und Anwenden

**Aufgabe 3:** Bei dieser Aufgabe geht es jeweils darum, in das leere Feld einen Term so einzufüllen, dass eine gültige Aussage entsteht. Der einzufüllende Ausdruck kann auch Operationen enthalten.

Beispiel:  $\log(p \cdot q) = \log(p) \boxed{+ \log(q)}$

a)  $\log\left(\frac{p}{q}\right) = \log(p) \boxed{\phantom{+ \log(q)}}$

b)  $\log(p \cdot q \cdot r) = \boxed{\phantom{+ \log(q)}} \log(q) \boxed{\phantom{+ \log(r)}}$

c)  $\log\left(\frac{p}{q \cdot r}\right) = \log(p) - \log(q) \boxed{\phantom{+ \log(r)}}$

d)  $3 \cdot \log(p) = \log(\boxed{\phantom{p^3}})$

e)  $\log(\sqrt[5]{p}) = \boxed{\phantom{+ \log(p)}} \log(p)$

f)  $\log\left(\frac{p \cdot q}{r + s}\right) = \log(p) + \log(q) \boxed{\phantom{- \log(r + s)}}$

g)  $\log(p \cdot q^2) = \boxed{\phantom{+ 2 \log(q)}} \log(q)$

h)  $\log(p) - 0.5 \log(q) = \log(\boxed{\phantom{p \cdot q^{-0.5}}})$

**Aufgabe 4:** Bestimme  $x$  jeweils entweder als Ausdruck mit einem Logarithmus, oder wenn möglich als ganze Zahl:

*Beispiel:*  $\log_2(3) = \frac{x}{\log_3(2)} \Rightarrow x = \log_3(3) = 1$

a)  $\log_{11}(13) = \frac{\log(13)}{x}$

b)  $\log_5(8) = \frac{x}{\log(5)}$

c)  $\log_7(10) = \frac{1}{x}$

d)  $x = \frac{\log(9)}{\log(4)}$

e)  $\log_2(r) = \frac{x}{\log(2)}$

**Aufgabe 5:** Vervollständige die Rechenwege mithilfe der Logarithmengesetze:

a)  $\log_2(6) - \log_2(3) = \dots = 1$

b)  $\log_3(6) + \log_3\left(\frac{1}{2}\right) = \dots = 1$

c)  $\log\left(\sqrt[3]{x^2}\right) + \log\left(\sqrt[3]{x^4}\right) = \dots = 2\log(x)$

**Aufgabe 6:** Löse diese Gleichungen von Hand. Als Lösung soll ein exakter Term, nicht eine Dezimalzahl notiert werden.

*Beispiel:*

$$5 = 7^{x-1}$$

$$\Rightarrow \log(5) = \log(7^{x-1})$$

$$\Rightarrow \log(5) = (x-1) \cdot \log(7)$$

$$\Rightarrow \frac{\log(5)}{\log(7)} = x - 1$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{\frac{\log(5)}{\log(7)} + 1 = x}}$$

a)  $3^x = 11$

b)  $2^{x-1} = 5$

c)  $10^{\frac{1}{x}} = 0.4$

d)  $6^{\sqrt{x}} = 5$

e)  $2.5 \cdot 3.7^x = 14$